رياضيات

(5)

سلم تصحيح مقرر (نظرية الشبكات)

لطلاب السنة الرابعة رياضيات - جبر

الدورة الإضافية للعام الدراسي ٢٠١٥/٢٠١٦

السؤال الأول: [17]

- أ) 1 هو من أدنى أعظمي للمجموعة A (3)

ب) A لا تملك من أعلى أصغري (3)

ج) A تملك عدة حدود عليا 3 ، 4 . (3)

- بفرض أن $s = \sup_E A$ ⇐ s هي من أعلى للمجموعة A و $B \subseteq A$ ⇐ (4)

s هي من أعلى للمجموعة B ⇐ $\sup_E B \leq s$ ⇐ $\sup_E B \leq \sup_E A$ (4)

السؤال الثاني: [16]

- إذا كان $a \leq b$ فإن $a \wedge b = a$ و $a \vee b = b$

$(a\wedge x)\wedge(b\wedge x) = (a\wedge b)\wedge(x\wedge x) = a\wedge x \Rightarrow a\wedge x \leq b\wedge x$ (4)

$(a\vee x)\vee(b\vee x) = (a\vee b)\vee(x\vee x) = b\vee x \Rightarrow a\vee x \leq b\vee x$ (4)

- إذا كان $a \leq b$ ، $c \leq d$ ⇐ $a\wedge c \leq b\wedge c$ ، $b\wedge c \leq b\wedge d$ ⇐

$a\wedge c \leq b\wedge d$ (4)

إذا كان $a \leq b$ ، $c \leq d$ ⇐ $a\vee c \leq b\vee c$ ، $b\vee c \leq b\vee d$ ⇐ (4)

$a\vee c \leq b\vee d$.

السؤال الثالث: [16]

- الشبكة E ليست توزيعية وذلك لأن:

$$\left.\begin{array}{l} 2\wedge(3\vee 5) = 2\wedge 30 = 2 \\ (2\wedge 3)\vee(2\wedge 5) = 1\vee 1 = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow 2\wedge(3\vee 5) \neq (2\wedge 3)\vee(2\wedge 5)$$ (8)

يفرض أن F مرشح

$xx' = 0$ أما

البرهنة : إذا

٢- الشبكة E ليست معيارية لأن $2 \leq 4$ و

$2 \vee (5 \wedge 4) = 2 \vee 1 = 2$

$(2 \vee 5) \wedge 4 = 20 \wedge 4 = 4$

$\Rightarrow 2 \vee (5 \wedge 4) \neq (2 \vee 5) \wedge 4$ (8)

السؤال الرابع: [17]

بفرض أن E شبكة توزيعية وأن F فوق مرشحة فيها ولي

$x \vee y \in F$ ولنفرض جدلاً أن F ليست أولية أي أن $x \notin F$

من مبرهنة سابقة "إذا كانت F فوق مرشحة في أجل

$x \notin F$ يوجد عنصر $x_1 \in F$ بحيث يكون $x \wedge x_1 = 0$ (5)

$x_1 \wedge (x \vee y) = (x_1 \wedge x) \vee (x_1 \wedge y) = 0 \vee (x_1 \wedge y) = x_1 \wedge y \in F$

ولكن $y \notin F$ و $x_1 \wedge y \leq y \Rightarrow x_1 \wedge y \notin F$

وهذا تناقض، فالفرض الجدلي خاطئ أي أنه يجب أن يكون إما

$x \in F$ أو $y \in F$ أي أن F أولية. (4)

السؤال الخامس: [17]

ليكن $x_1, y_1 \in B$ ⇐ يوجد $x, y \in A$ بحيث يكون $x_1 = f(x)$ و $y_1 = f(y)$

ومنه $x = f^{-1}(x_1)$ و $y = f^{-1}(y_1)$ يكتبان بشكل وحيد (5)

$f(x) f(y) = f(xy) \Rightarrow xy = f^{-1}(x_1 y_1) \Rightarrow f^{-1}(x_1) f^{-1}(y_1) = f^{-1}(x_1 y_1)$

$(f(x))' = f(x') \Rightarrow x' = f^{-1}(x_1') \Rightarrow (f^{-1}(x_1))' = f^{-1}(x_1')$

أي أن f^{-1} إيزومورفيزم بولياني من B على A.

السؤال السادس: [17]

- بفرض أن F فوق مرشحة من المعروف أنه إذا كانت F فوق مرشحة

و $x \notin F$ ⇐ توجد $y \in F$ بحيث يكون $xy = 0$ ⇐ $y \leq x'$ ⇐ F

- بفرض أن F مرشحة فعلية تحقق الشرط (من أجل أي $x \notin F$ فإن $x' \in F$)

فإن $xx'=0$ ~~[illegible]~~ $\Rightarrow$ F فوق مرشحة (وذلك حسب

المبرهنة: إذا كان $x \notin F$ يوجد $y \in F$ بحيث يكون $xy=0$ $\Leftrightarrow$ F فوق مرشحة)

8

د. عصام نسيم